Tentamen i Tillämpad Matematik och statistik för IT-forensik. Del 1: Matematik

7.5 hp

november, 2019

Maxpoäng: 40p. **Betygsgränser**: 16p: betyg 3, 24p: betyg 4, 32p: betyg 5.
Hjälpmedel: Miniräknare TI-30Xa samt formelsamling som delas ut av vakterna.
Kursansvarig: Eric Järpe, telefon 0729-77 36 26.

Till uppgifterna skall *fullständiga lösningar* lämnas. Lösningarna ska vara *utförligt* redovisade! Bladen ska lämnas in i rätt ordning. Svara alltid med 4 decimalers noggrannhet om ej annat anges. Lösningar kommer finnas på internet: `http://dixon.hh.se/erja/teach` →`Matematik och statistik för IT-forensik.`

1. [**1:1**] Antag att $A = \{1,2,3\}$, $B = \{2,3,5\}$ och att $\Omega = \{1,2,3,4,5\}$. Beräkna $(A^C \cup B) \cap B^C$. (3p)

2. Lös ekvationerna
   (a) [**1:1**] $2x + 1 = -1$. (2p)
   (b) [**1:1**] $x^4 - 12x^3 + 18x^2 + 108x + 80 = 0$. (*Tips: Kvadratkomplettera*) (5p)

3. [**1:2**] Låt $f(x) = 2e^{1+x}$ med $\mathcal{D}_f = \mathbb{R}$. Bestäm inversen $f^{-1}(x)$. (3p)

4. Lös ekvationerna
   (a) [**1:2**] $(2e^x - e^{-x})^2 = e^{4x}$. (4p)
   (b) [**1:2**] $\ln x + \ln(x+2) = 3$. (3p)

5. [**1:3**] Beräkna *exakt* $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)$. (3p)

6. [**1:3**] Beräkna matrisprodukten AB då $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ och $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 5 \end{bmatrix}$. (3p)

7. [**1:3**] Finn alla rötter i $\mathbb{C}$ till ekvationen $z^7 = 2\,187$ och svara på rektangulär form med 4 decimalers noggrannhet. (4p)

8. Beräkna summorna (a) [**1:4**] $\sum_{k=1}^{100} (3k-1)$. (3p) (b) [**1:4**] $\sum_{k=0}^{100} \frac{3 \cdot 99^k}{100^{k+1}}$. (3p)

9. [**1:4**] Bevisa att
$$\sum_{k=0}^{n} \sum_{j=0}^{k} \binom{n}{k} \binom{k}{j} 2^{k-j} a^{k+j} b^{2n-k-j} = \sum_{k=0}^{2n} \binom{2n}{k} a^k b^{2n-k}$$
för alla $a, b \in \mathbb{R}$ och $n \in \mathbb{Z}^+$. (*Tips: Utveckla* $(a+b)^{2n}$.) (4p)

LYCKA TILL!