Tentamen i Tillämpad Matematik och statistik för IT-forensik. Del 1: Matematik 7.5 hp

oktober, 2021

Maxpoäng: 40p. **Betygsgränser**: 16p: betyg 3, 24p: betyg 4, 32p: betyg 5.
Hjälpmedel: Miniräknare TI-30Xa samt formelsamling som delas ut av vakterna.
Kursansvarig: Eric Järpe, telefon 0729-77 36 26.

Till uppgifterna skall *fullständiga lösningar* lämnas. Lösningarna ska vara *utförligt* redovisade! Bladen ska lämnas in i rätt ordning. Svara alltid med 4 decimalers noggrannhet om ej annat anges. Lösningar kommer finnas på internet: `http://dixon.hh.se/erja/teach` $\rightarrow$ `Matematik och statistik för IT-forensik.`

1. **[1:1]** Låt A vara mängden av alla reella tal med minst en 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 eller 8, $B = (-\infty, 1] \cup (100, \infty)$, $D = \mathbb{R} \backslash \mathbb{Z}$ och $\Omega = \mathbb{R}$. Bestäm $(A \cup B \cup D)^C$. (3p)

2. Lös ekvationerna
   (a) **[1:1]** $7x^2 - 31x + 12 = 0$ (3p)
   (b) **[1:1]** $\frac{1}{7}x^4 + 2x^3 + 7x^2 + \sqrt{8}\,x + \frac{2}{7} = 0$ (4p)

3. **[1:2]** Förenkla $\dfrac{3^{3k+1} \cdot 16^k - 27^k \cdot 4^{2k-1}}{432^k + 9^k \cdot \sqrt{144^k} \cdot 2^{2k}}$ så långt det går. (3p)

4. **[1:2]** Lös ekvationen $\ln(x+1) + \ln(x-1) = 1$ med avseende på x. (3p)

5. **[1:2]** Beräkna maximal definitionsmängd till $f(x) = \dfrac{1}{x-1} \ln\left(\dfrac{x+3}{7-x}\right)$. (4p)

6. **[1:3]** Invertera matrisen $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 0 \end{bmatrix}$. (3p)

7. **[1:3]** Lös ekvationen $z^3 = 64$ fullständigt och svara på rektangulär form. (3p)

8. **[1:3]** Beräkna samtliga reella rötter till ekvationen $\cos^4 x - \sin^4 x = \sin(4x)$. (4p)

9. **[1:4]** Det sägs att en text blir relativt lättbegriplig trots att bokstäverna i orden kastas om inom varje ord under förutsättningen att man behåller ordmellanrummen och första och sista bokstaven i varje ord. Hur många meddelanden kan på detta sätt åstadkommas av texten AKTA DIG FÖR BRÄNNMANETERNA? (3p)

10. **[1:4]** Beräkna summan $\displaystyle\sum_{k=123}^{321} (k - 132)$. (2p)

11. **[1:4]** Bevisa att $\displaystyle\sum_{j=1}^{n/2} \sum_{k=1}^{n/2} \binom{n/2}{j}\binom{n/2}{k} = 2^n - \sqrt{2^{n+2}} + 1$ för alla jämna tal $n > 0$. (5p)

LYCKA TILL!