

# TENTAMEN I TILLÄMPAD MATEMATIK OCH STATISTIK FÖR IT-FORENSIK. DEL 2: STATISTIK

## 7.5 HP

augusti, 2021

**Maxpoäng:** 30p. **Betygsgränser:** 12p: betyg 3, 18p: betyg 4, 24p: betyg 5.

**Hjälpmedel:** Miniräknare TI-30Xa samt formelsamling som delas ut av vakterna.

**Kursansvarig:** Eric Järpe, telefon 0729-77 36 26.

Till uppgifterna skall *fullständiga lösningar* lämnas. Lösningarna ska vara *utförligt* redovisade! Bladen ska lämnas in i rätt ordning. Svara alltid med 4 decimalers noggrannhet om ej annat anges. Lösningar kommer finnas på internet: <http://dixon.hh.se/erja/teach> → Matematik och statistik för IT-forensik.

1. Det sägs att kvantdatorns kapacitet följer *Nevens lag*: antalet bitar som den kan räkna med är dubbelt exponentiellt i förhållande till tiden. I examensarbetet *Kvantdatorn – hot eller hype*<sup>1</sup> om kvantdatorernas utveckling presenteras följande data:

År	1998	1998	2000	2000	2006	2017	2018	2019	2019	2020	2021
Bitkapacitet	2	3	5	7	12	50	49	72	53	65	127

Låt  $t$  stå för tiden i år räknat från den första mätningen (för enkelhets skull) och  $B$  stå för bitkapacitet. Då blir en dubbelt exponentiell modell  $B(t) = e^{\alpha e^{\beta t}}$  där  $\alpha$  och  $\beta$  är konstanter.

- (a) [2:1] Beräkna medelvärdet av bitkapaciteten under åren 1998–2006. (2p)
- (b) [2:1] Beräkna förklaringsgraden för den dubbelt exponentiella modellen föreslagen ovan baserat på de sista 6 observationerna (dvs data för åren 2017–2021) på följande vis:
- (i) Omvandla först årtalen till  $t$ , dvs  $t =$  antal år sedan första observationen 1998.
- (ii) Beräkna sedan  $\ln \ln B$  för alla värden på  $B$ .
- (iii) Låt  $y = \ln(\ln(B))$ ,  $x = t$ ,  $a = \ln(\alpha)$  och  $b = \beta$ .
- (iv) Skatta  $a$  och  $b$  i den linjära modellen  $y = a + bx$  med vanlig linjär regression.
- (v) Beräkna slutligen förklaringsgraden  $R^2$  med 5 decimalers noggrannhet på vanligt sätt för den linjära modellen.

Observera att man i denna deluppgift endast ska använda de sista 6 observationerna av data! (4p)

- (c) [2:3] Gör ett hypotestest på 5% signifikansnivå av om Bitkapaciteten följer *Nevens lag* med  $\alpha = 1.2$  och  $\beta = 0.06$  baserat på alla observationerna (dvs om de förväntade bitkapaciteterna enligt funktionen  $B(t)$  ovan fördelar sig över åren 1998–2021 enligt värdena i tabellen). (4p)

<sup>1</sup>Se <https://hh.diva-portal.org/smash/record.jsf?pid=diva2%3A1570394>.

2. [2:1] Ett krypterat meddelande överförs via en förbindelse som utsätts för störningar. Sannolikheten att en kryptoanalytiker lyckas uppsnappa meddelandet är 0.83 och sannolikheten att man lyckas forcera krypteringen (dvs “knäcka koden”) inom  $t$  minuter är  $1 - \frac{1}{t^2}$ . Vad är då sannolikheten att meddelandet blir avslöjat inom 3 minuter från att det skickats? (4p)
3. I ett stort datanätverk är  $n$  klientdatorer anslutna. Antag att för varje dator är sannolikheten att den datorn är angripen av malware 1%. Vad är då
- [2:2] sannolikheten att minst en dator av de  $n$  är angripen av malware om  $n = 100$ ? (3p)
  - [2:2] den betingade sannolikheten att minst 5 datorer är angripna givet att minst 3 är det om  $n = 53$ ? (3p)
  - [2:2] approximativt sannolikheten att minst 107 av de  $n$  datorerna är angripna om  $n = 10\,000$ ? (4p)
4. Vid en studie av malware-attacker i världen finner man att<sup>2</sup>

	2018	2019	2020
<i>Antal malware attacker</i>	$1.05 \cdot 10^{10}$	$9.90 \cdot 10^9$	$5.60 \cdot 10^9$
<i>Antal ransomware attacks</i>	$2.04 \cdot 10^8$	$1.88 \cdot 10^8$	$3.04 \cdot 10^8$

- [2:3] Bilda ett 95% konfidensintervall för det förväntade *antalet* ransomwareattacker baserat på data från åren 2018–2020 under antagandet att variansen  $\sigma^2 = 10^4$  är känd. Ange gränserna med 0 decimalers noggrannhet. (2p)
- [2:3] Kan man med dessa siffror på 1% signifikansnivå bevisa att andelen ransomwareattacker i förhållande till malwareattacker minskat från år 2018 till år 2019? (4p)

*LYCKA TILL!*

<sup>2</sup>Dessa data är hämtade från *Statista* databas:

<https://www.statista.com/statistics/873097/malware-attacks-per-year-worldwide> respektive <https://www.statista.com/statistics/873097/ransomware-attacks-per-year-worldwide>.