

Räkna med rester – matematik att tillämpas inom kryptologi

Upplaga 1:1

av Eric Järpe

Sida	Rad	Står:	Ska stå:
16	14–15	Här gäller $P \Rightarrow Q$ ty ekvationen P saknar lösning d.v.s. P gäller <i>ej</i> och därmed gäller implikationen oavsett Q .	Här gäller $P \Leftarrow Q$ ty ekvationen Q saknar lösning d.v.s. Q gäller <i>ej</i> och därmed gäller implikationen oavsett P .
19	1	$\dots \Leftrightarrow \neg P \vee Q$ är	$\dots \Leftrightarrow P \wedge \neg Q$ är
	4	$\dots \in \mathbb{R} : \left(\neg(a < b) \vee a < x < b \right)$	$\dots \in \mathbb{R} : \left(a < b \wedge \neg(a < x < b) \right)$
	5	$\dots \in \mathbb{R} : (a \geq b \vee a < x < b)$	$\dots \in \mathbb{R} : (x \leq a < b \vee a < b \leq x)$
33	22	\dots där $a_0, \dots, a_n \in \mathbb{R}$	\dots där $a_0, \dots, a_n \in \mathbb{Z}$
34	13	$\dots - 3079 + \frac{199}{3} + 35 = \frac{35}{9} - 3079 + \dots$	$\dots - \frac{307}{9} + \frac{199}{3} + 35 = \frac{35}{9} - \frac{307}{9} + \dots$
	14	$\dots - 3079 - \frac{199}{3} + 35 = -\frac{35}{9} - 3079 - \dots$	$\dots - \frac{307}{9} - \frac{199}{3} + 35 = -\frac{35}{9} - \frac{307}{9} - \dots$
83	7	6. $\frac{d}{dx}(e^{f(x)}) = \frac{df}{dx}(x) \cdot e^{f(x)}$	6. $\frac{d}{dx}(e^{f(x)}) = \frac{df}{dx}(x) \cdot e^{f(x)}$
85	3	$\dots + 2x - 1)^{-1} \stackrel{8.}{=} -(x^2 + \dots$	$\dots + 2x - 1)^{-1} \stackrel{10.}{=} -(x^2 + \dots$
	6	$\dots x^2) \stackrel{8.}{=} \ln(1 + \dots$	$\dots x^2) \stackrel{10.}{=} \ln(1 + \dots$
86	10	\dots för alla $x > 0$.	\dots för alla $x > 1$.
130	13	2. Kolla att a inte har siffersumma 3	2. Kolla att a inte har siffersumma delbar med 3
171	14	3. Räkna ut $\gcd(10\ 241, 14\ 363)$	3. Räkna ut $\gcd(11\ 111, 14\ 363)$
207	20	$0.23n + 0.23^2 \frac{n(n+1)}{2} + \dots$	$0.23n + 0.23^2 \frac{n(n-1)}{2} + \dots$
224	4	\dots respektive med $n10$ och...	\dots respektive med $n = 10$ och...
260	24	$\dots \{ \pm \frac{\pi}{6} + 2n\pi, \dots$	$\dots \{ \pm \frac{\pi}{3} + 2n\pi, \dots$
261	18	2. $\frac{(10-5i)(1-2i)}{4+3i} = \frac{10-20i-5i+10i^2}{4+3i} = \frac{-25i(4-3i)}{(4+3i)(4-3i)} = \frac{-75-100i}{16+9} = -3 - 4i$	2. $\frac{(2-4i)(5i-10)}{4+3i} = \frac{50i(4-3i)}{(4+3i)(4-3i)} = \frac{200i+150}{4^2-(3i)^2} = \frac{200i+150}{25} = 6 + 8i$
	19	$\dots z \cdot \bar{w}^2 = 1 + i \dots$	$\dots z \cdot \bar{w} = 1 + i \dots$
	20	$(z-w)^2 = \frac{27}{4} - 3i, \quad z \cdot \bar{w}^2 = -\frac{3}{2} + 2i, \quad \frac{z}{w} = -\frac{6}{5} + \frac{8}{5}i$	$(z-w)^2 = -3-4i, \quad z \cdot \bar{w} = 1-3i, \quad \frac{z}{w} = \frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$
	21	$\dots z \cdot \bar{w}^2 = \dots$	$\dots z \cdot \bar{w} = \dots$
262	6	$\dots z_1 = -2^{1/6} \dots$	$\dots z_1 = 2^{1/6} \dots$
	7	$\dots z_2 = -2^{1/6} \dots$	$\dots z_2 = 2^{1/6} \dots$
	8	$\dots z_3 = -2^{1/6} \dots$	$\dots z_3 = 2^{1/6} \dots$
263	3	\dots för $-2 < x < 4$.	\dots för $-4 < x < 2$.
264	10	(d) $x_1 = 1, x_2 = 2$	(d) $x_1 = 1, x_2 = 4$
	12	$\dots y^3 - 2y^2 + \dots$	$\dots y^3 - 3y^2 + \dots$
	14	$\dots = \frac{\ln 4 - \ln 3}{\ln 4}$	$\dots = \frac{\ln 7 - \ln 3}{\ln 4}$
265	3	$\dots - 2 \cdot \frac{4}{3} \cdot 3x + \left(\frac{4}{3}\right)^2 - \frac{16}{9} =$	$\dots - 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot 3x + \left(\frac{2}{3}\right)^2 - \frac{4}{9} =$
	4	$\left(\frac{5}{3}\right)^2 - \left(3x - \frac{4}{3}\right)^2$ så $A = \frac{5}{3}$ och $B = 3x - \frac{4}{3}$.	$\frac{13}{9} - \left(3x - \frac{2}{3}\right)^2$ så $A = \frac{\sqrt{13}}{3}$ och $B = 3x - \frac{2}{3}$.
	10	$\dots - \frac{1-2x}{(1+x-x^2)^x}$	$\dots - \frac{1-2x}{(1+x-x^2)^2}$
265	11	(f) $\frac{df}{dx}(x) = \sqrt{2}(z-a)e^{(z-a)^2}$	(f) $\frac{df}{dx}(x) = -\sqrt{2}(z-a)e^{-(z-a)^2}$
	19	2. Att en funktion ...	2. Låt $f(x) = e^{-x} - \frac{1}{x}$. Klart att $f(1) = e^{-1} - 1 < 0$ eftersom $e > 1$. Vidare $\frac{df}{dx} = -e^{-x} - \frac{1}{x^2}$ och eftersom både $e^{-x} > 0$ och $\frac{1}{x^2} > 0$ för alla x , måste $\frac{df}{dx} = -(e^{-x} + \frac{1}{x^2}) < 0$. Alltså är $f < 0$

<i>Sida</i>	<i>Rad</i>	<i>Står:</i>	<i>Ska stå:</i>
			då $x = 1$ och därefter avtagande vilket innebär att $f(x) < 0$ för alla $x > 1$.
			3. Att en funktion ...
266	15–17	Extrempunkter: ... globalt max $(\frac{10}{9}, -5.2929)$.	Extrempunkter: $(-\frac{1}{2}, -5.262)$, $(0, -7)$, $(\frac{2}{3}, -5.104)$, $(1, -5.6)$ och ändpunkter $(-\frac{2}{3}, -6.526)$, $(\frac{10}{9}, -5.293)$. Globalt min är därmed $(0, -7)$ och globalt max $(\frac{2}{3}, -5.104)$.
270	16–17	(c) $3^2 + 4^3 + 5^4 + 6^5 + 7^6 \equiv 9 + \dots = 3 \pmod{6}$.	(c) $3^2 + 4^3 + 5^4 + 6^5 + 7^6 \equiv (9-8) + (4^3 - 8 \cdot 8) + (5^2 - 3 \cdot 8)^2 + (6^2 - 4 \cdot 8)(6^3 - 27 \cdot 8) + (7^2 - 6 \cdot 8)^3 = 1 + 0 + 1^2 + 4 \cdot 0 + 1^3 = 3 \pmod{8}$.
272	5	... 3 2 3	... 3 3 4
272	11	... 9 99 100	... 9 9 100
274	7	... $3^2 \cdot 2 \cdot 11$ $3^2 \cdot 2 \cdot 13$.
276	5	3. $a = 102$	3. $a = 105$
277	6–9	Börje kan handla på tre sätt: <ul style="list-style-type: none"> • 61 knäckar, 37 kolor, 244 chokladbollar och 43 lyxmazariner, • 46 knäckar, 60 kolor, 184 chokladbollar och 66 lyxmazariner, • 31 knäckar, 83 kolor, 124 chokladbollar och 89 lyxmazariner. 	Börje kan handla på tre sätt: <ul style="list-style-type: none"> • 244 knäckar, 43 kolor, 37 chokladbollar och 61 lyxmazariner, • 184 knäckar, 66 kolor, 60 chokladbollar och 46 lyxmazariner, • 124 knäckar, 89 kolor, 83 chokladbollar och 31 lyxmazariner.
279	9	... 8429 och 5351 är...	... 5429 och 5351 är...
	24	$a = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - n \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - n \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2}$	$a = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2}$
	27	(b) 31	(b) 33
	28	(c) 121	(c) 120
280	3	4. 2 548	4. 2 542.5
	5	6. 1 512	6. 1 506
	12	13. $\frac{15\,452}{10\,302}$	13. $\frac{7\,625}{5\,151}$
	23	(b) $2^{10} - 1 = 1\,048\,575$	(b) $2^{21} - 1 = 2\,097\,152$
	26	(e) 1 023	(e) $2^{10} + 2^{-1} = 1\,023.5$
	27	(f) 3 002	(f) $54 + 2^{11} = 2\,102$
	29	(h) 0.161623	(h) 0.15925
281	16	(o) 275	(o) 231
	17	(p) 137	(p) $\frac{60}{137}$
	18	(q) 71	(q) 72
286	2	(c) 153	(c) 325
	5	(f) 181	(f) 188
	19	6. $\frac{5!}{2} - 1 = 59$	6. $\frac{7!}{2} - 1 = 2\,519$
	35	... $-\frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \frac{(2 \cdot 3)^4}{2^6} = -\frac{8505}{2}$... $\frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \frac{(2 \cdot 3)^4}{2^6} = \frac{8505}{2}$
288	8	(b) 0.062	(b) $\binom{6}{4} \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5} + \binom{6}{5} \frac{3}{10} \cdot \frac{5}{9} \cdot \frac{4}{8} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{14} + \frac{1}{70} = 0.0857$. Man kan också tänka $\frac{\binom{2}{0} \binom{3}{2} \binom{5}{4} + \binom{2}{0} \binom{3}{1} \binom{5}{5}}{\binom{10}{10}} = \frac{18}{210} = 0.0857$.
	12	(a) $\frac{16}{120} = 0.13$	(a) $\frac{4 \binom{4}{3}}{\binom{6}{2} \binom{4}{3}} = \frac{4}{15} = 0.2667$
	15	(a) 0.07051	(a) 0.1076
	16	(b) 0.1076	(b) 0.07051
291	12	42. 0.285056	42. 0.714944
	29	46. 0.8621	46. 0.8686
292	6	(b) 0.8413	(b) 0.8643