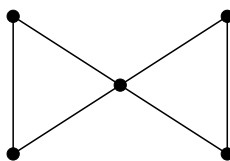


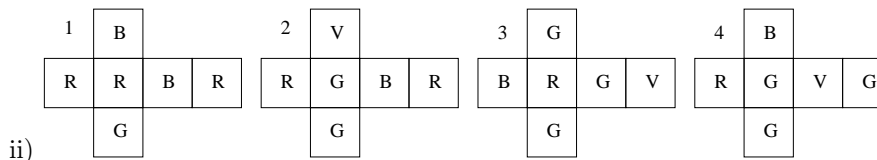
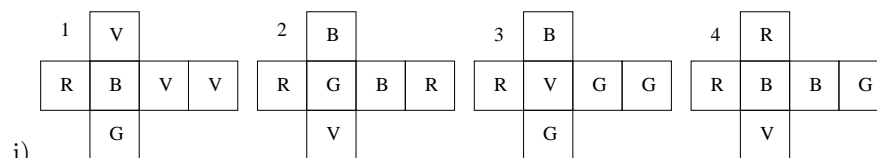
För varje uppgift krävs en kortfattad men fullständig motivering samt ett tydligt och exakt angivet svar på enklaste form. Korrekt löst uppgift ger 0.25 bonuspoäng.

1. (a) Registreringsnumret till ett motorfordon innehöll tidigare tre bokstäver (A-Z) följt av tre siffror (0-9). Hur många registrerade fordon kunde vi maximalt ha i Sverige med detta system? I det nya systemet kan det sista tecknet vara antingen en siffra eller en bokstav. Hur många registrerade fordon kan vi maximalt ha nu?
  - (b) Ett företag ska utse en styrelse med 12 ledamöter. Styrelsen ska utses bland 10 män och 10 kvinnor. På hur många sätt kan valet ske om: 1) Det sker helt fritt? 2) Det måste vara jämn könsfördelning? 3) Det måste var ett jämnt antal kvinnor? 4) Det måste vara fler kvinnor än män? 5) Det måste vara minst åtta män?
  - (c) Fyra stora behållare är fyllda med mynt. Den första innehåller endast tiokronor, den andra femkronor, den tredje tvåkronor och den fjärde enkronor. På hur många sätt kan man välja ut 20 mynt från dessa?
  - (d) i. Hur många heltal  $x$  finns det som uppfyller  $1000 < x \leq 100000$  där högsta siffran är 6?  
ii. Hur många olika fyrsiffriga heltal kan man skapa med hjälp av siffrorna 1, 3, 3, 7, 7 och 8?
2. (a) Bestäm antalet heltalslösningar till olikheten  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 < 40$  då  $x_i \geq 0$  respektive  $x_i \geq -3$ ,  $1 \leq i \leq 5$ .
  - (b) På hur många sätt kan 15 hundralappar fördelas mellan fem barn om: 1) Det inte finns några ytterligare restriktioner? 2) Varje barn ska få minst en sedel? 3) Det yngsta barnet ska få minst två sedlar? 4) Det äldsta barnet ska få högst 3 sedlar? 5) Det inte finns några restriktioner men högst 15 sedlar ska fördelas?
  - (c) Grafen  $G$  är sammanhängande och har 23 bågar. 5 av noderna har grad 4 och 3 av noderna har grad 6. Kan man med denna information dra slutsatsen att  $G$  är en Eulergraf om
    - i. de resterande noderna är fler än 3?
    - ii. de resterande noderna är färre än 6 och har samma grad?
  - (d) Grafen  $G$  är ögelfri, sammanhängande, har 6 noder, 12 bågar och alla noder har samma grad. Är  $G$  en
    - i. Eulergraf?
    - ii. Hamiltongraf?Rita en graf med dessa egenskaper och ange om möjligt en Euler- och en Hamiltoncykel i  $G$ .
3. (a) Bestäm  $|V|$  om grafen  $G = (V, E)$  har
    - i. 9 bågar och varje nod har grad 3,
    - ii. 10 bågar, två noder har grad 4 och resten grad 3,
    - iii. 15 bågar, varav inga öglor, och alla noder har samma grad (flera svar är möjliga).Observera att  $G$  är inte en multigraf!
  - (b) Sara och Kalle samt 5 andra personer ska tillsammans sitta kring ett runt bord och äta lunch. På hur många sätt kan de placera sig kring bordet om 1) alla kan tänka sig att sitta jämte vem som helst av de andra? 2) Kalle och Sara tvunget ska sitta bredvid varandra?
  - (c) Undersök om  $\left(x^2 - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^{30}$  innehåller någon konstantterm och bestäm i så fall denna.
  - (d) Bestäm grannmatrisen, det kromatiska polynomet och det kromatiska talet till grafen  $G$  nedan. Är  $G$  en Euler- och/eller en Hamiltongraf?



Vänd!

4. (a) Lös om möjligt Instant insanity för följande kuber:



- (b) Spelengjören Kalle har tillverkat en fusktärning som alltid visar en sexa. Han har också tre vanliga tärningar som är mycket lika fusktärningen. Kalle och Sara ska göra ett kast var med tre tärningar. Kalle använder förstas fusktärningen plus två vanliga tärningar medan Sara, som inte känner till fusktärningen, på måfå väljer ut tre av Kalles fyra tärningar. Hur stor är sannolikheten för att Sara respektive Kalle får: 1) två sexor? 2) minst två sexor?
- (c) Lisa och Pelle var på ett party med tre andra par. På detta party förekom en hel del handskakande men ingen skakade hand med sig själv eller med sin partner och ingen skakade hand med någon person mer än en gång. Innan Lisa lämnade partyt frågade hon de övriga 7 personerna hur många de hade skakat hand med och hon fick då olika svar från samtliga. Hur många personer skakade Lisa hand med? Hur många skakade Pelle hand med?
- (d) Sara och Kalle brukar spela poker mot varandra på kvällarna. Bestäm sannolikheten för att Sara vid en giv får 1) fem kort i samma färg, 2) fyra ess, 3) fyrtal, 4) tre ess och två knektar, 5) tre ess och ett par, 6) kåk, 7) tretal, 8) två par, 9) två ess om Kalle inte får några ess, 10) två ess om Kalle får ett ess.